

# Développement expérimental d'un système tutoriel pour l'apprentissage de la géométrie à l'école secondaire

**Michèle Tessier-Baillargeon**

Département de didactique  
Université de Montréal

[michele.tessier-baillargeon@umontreal.ca](mailto:michele.tessier-baillargeon@umontreal.ca)

**Nicolas Leduc**

Département de génie informatique et génie logiciel  
École Polytechnique de Montréal

[nicolas.leduc@polymtl.ca](mailto:nicolas.leduc@polymtl.ca)

**Philippe R. Richard**

Département de didactique  
Université de Montréal

[philippe.r.richard@umontreal.ca](mailto:philippe.r.richard@umontreal.ca)

**Résumé.** Cet article vise à présenter la première phase expérimentale associée au développement du système geogebraTUTOR (GGBT), projet de recherche et réalisation technologique développé conjointement en didactique des mathématiques et en informatique. Dans sa conception, GGBT se présente comme un système tutoriel intelligent qui soutient l'élève lors de la résolution de problèmes complexes en assurant à la fois la gestion de messages discursifs et la gestion de problèmes. En situant son modèle d'apprentissage en amont et son modèle diagnostique en aval, GGBT propose d'agir sur le développement des compétences mathématiques en offrant un contrôle sur l'acquisition des connaissances dans l'interaction entre l'élève et le milieu, ce qui permet d'adapter le modèle instructionnel (des opportunités d'apprentissage) selon le comportement instrumenté de l'élève. Les notions de graphe inférentiel, qui se révèlent en structures d'interface entre la réalité très contextualisée des contrats didactiques et les modèles informatiques formels, articulent GGBT de façon à ce que l'action tutorielle puisse s'ajuster aux habitudes compétentiels véhiculées dans une classe donnée et s'enrichir à partir des résultats de recherche en didactique des mathématiques. Les prochaines pages s'articulent autour de la phase expérimentale visant à valider les graphes inférentiels de cinq problèmes et à identifier les futures personnalités et messages de l'agent tuteur.

## Mots clés

Didactique des mathématiques • Système tutoriel intelligent • Compétences mathématiques • Géométrie scolaire • Logiciel de géométrie dynamique • Interactions cognitives sujet-milieu

## **1 Introduction**

### **1.1 Contexte**

Il est de notoriété publique que les technologies informatiques ont un impact certain sur la pratique des mathématiques. C'est d'ailleurs pourquoi on retrouve «naturellement» ces technologies dans les programmes de formation de l'école québécoise (MÉLS, 2006 & 2007). Cependant, les implications didactiques de celles-ci demeurent à découvrir. Dans les Environnements Informatiques d'Apprentissage Humain (EIAH) par exemple, lorsqu'on intègre un logiciel de géométrie dynamique, les relations traditionnelles entre l'enseignant, l'élève et les mathématiques s'en trouvent modifiées au point de changer radicalement l'exercice de conceptualisation (au sens du modèle de connaissances pour le calcul de situations didactiques de Balacheff & Margolinas (2005)) et le développement de compétences mathématiques. Il en est d'autant plus lorsque l'EIAH est aussi un système tutoriel intelligent (STI), car l'agent tuteur, en plus de l'enseignant ordinaire, devrait influencer, en fonction des raisonnements de chacun, les stratégies de résolution de problèmes de plusieurs élèves à la fois.

### **1.2 Objectifs**

Issu d'un projet multidisciplinaire entre la didactique des mathématiques et l'informatique conduit par le groupe de recherche, Laboratoire TURING, geogebraTUTOR (GGBT) se définit comme un Système Tutoriel Intelligent (STI) qui soutient l'élève lors de la résolution de problèmes complexes en assurant à la fois la gestion de messages discursifs et la gestion de problèmes.

S'inscrivant dans la réalisation du STI, la phase de développement et d'expérimentation ici présentée consistait en la mise à l'essai, à l'interface de geogebraTUTOR, par des élèves réels, des stratégies de résolution préalablement ciblées pour cinq problèmes. Au cours de ces situations de résolution de problèmes à l'interface de geogebraTUTOR, les interactions entre les élèves et leurs enseignants ont été recueillies et étudiées conjointement dans le but de définir une première version interactive du système tutoriel intelligent.

## **2 Les hypothèses théoriques du projet geogebraTUTOR**

### **2.1 Les interactions sujet-milieu au sein de geogebraTUTOR**

Sur le plan de la conception, notre STI pose une relation didactique simulée dans laquelle l'agent tuteur joue un rôle enseignant, lequel est complémentaire à celui de l'enseignant régulier, c'est-à-dire que dans l'esprit de la théorie des situations didactiques (TSD) de Brousseau (1998), l'agent tuteur remplace momentanément l'enseignant dans ses interactions avec les constituants du système sujet-milieu. Ce phénomène est illustré au diagramme 1 par la reprise des relations 1 et 2 qui deviennent les relations 6 et 7 au sein du système «sujet-milieu». La notion de milieu demande alors une nouvelle distinction, soit le «milieu didactique» comme système antagoniste du système enseigné (définition originale dans la TSD), au sein duquel l'agent tuteur apparaît en sous-système avec le «milieu virtuel», sous-système concurrent pour l'élève avec qui celui-ci négocie, interaction au sein de laquelle l'agent tuteur intervient (relation 6 sur 7).

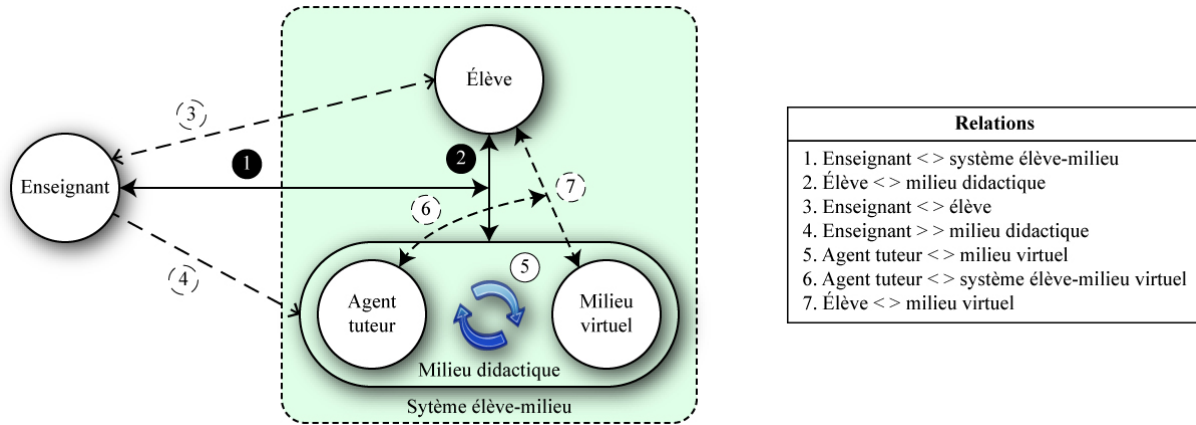


Diagramme 1. Carte des interactions didactiques

## 2.2 Intelligence de geogebraTUTOR et modèle itératif de l'apprenant

Globalement, sur le plan du fonctionnement, l'élève construit des figures, énonce des propositions discursives ou invoque des propriétés mathématiques dans sa solution d'une situation-problème racine. L'agent tuteur retourne à l'élève un message discursif sur la base de ses actions significatives et, le cas échéant, propose un sous-problème connexe pour relancer le processus de résolution initial en cas de blocage. Au stade de développement actuel, l'attention est davantage portée vers la gestion des messages discursifs. Pour permettre au système tutoriel de situer un élève au sein des démarches de résolutions de problèmes admissibles, celles-ci sont préalablement identifiées, codées et implémentées sous forme de graphes inférentiels (figure 1) au cœur du système.

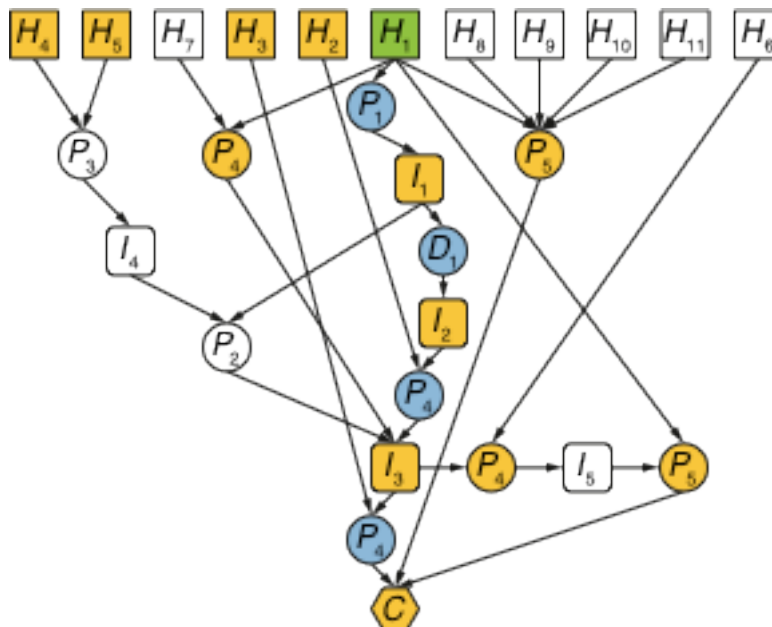


Figure 1. Graphe inférentiel ET/OU

Dans le graphe inférentiel, les nœuds P et D<sup>1</sup> sont des justifications inférentielles, tandis que les nœuds qui les précèdent, H et I, ou les suivent, I et C, représentent respectivement les antécédents ou conséquents des justifications, les nœuds I jouant un double rôle selon la justification considérée. D'un point de vue logique, l'accès à chaque justification constitue une conjonction lorsque tous les autres liens sont des disjonctions, tandis que tous les antécédents et une justification sont nécessaires pour justifier un conséquent. Toutefois, plusieurs chemins peuvent être valables pour légitimer un conséquent, mais un seul est nécessaire pour compléter une preuve. Celle-ci est considérée complète lorsqu'on obtient un chemin joignant les hypothèses à la conclusion et que tous les antécédents nécessaires aux justifications apparaissant dans le chemin ont été activés par les actions de l'élève.

Lorsqu'un élève tente de résoudre un problème, le tuteur active les nœuds correspondant à ses actions dans le graphe inférentiel associé. Néanmoins, comme les nœuds ne seront généralement pas activés de manière purement ascendante ou descendante, tel que présumé dans l'approche de Matsuda et VanLehn (2003), le modèle itératif de l'apprenant (MIA) supporte l'élève en utilisant l'historique de ses actions significatives, respectant les aspects heuristiques de sa stratégie de résolution. Théoriquement, le système essaie de développer un chemin autour de la dernière action de l'élève, mais s'il s'avère être bloqué, le MIA est conçu pour relancer le processus de résolution selon la dernière action significative. Conséquemment, notre objectif n'est pas de forcer l'élève dans un moule déterministe, mais plutôt d'inciter ce dernier à suivre son intuition ou sa solution jusqu'à l'obtention d'une solution complète.

### **3 Précisions méthodologiques de la recherche**

#### **3.1 Cycles de développement : approche de recherche adaptative**

Il convient de souligner que l'approche pour la présente investigation se différencie des méthodes expérimentales habituelles en sciences de l'éducation par son mode de validation. Conformément à la méthode favorisée par l'ingénierie didactique d'Artigue (ID) (1990), ce mode de validation est interne et il se fonde sur une comparaison entre une analyse a priori, qui implique certaines hypothèses, et une analyse a posteriori s'appuyant sur l'étude de données nées de réalisations effectives, *i.e.* sur les interactions élève-milieu, visibles et significatives. Autrement dit, il n'est pas question ici de groupe témoins ou de comparer des élèves avec ou sans GGBT. Conséquemment, pour atteindre un espace de travail géométrique idoine (au sens de Kuzniak, 2006) de multiples allers-retours entre les phases de conception et de validation sont requis (diagramme 2).

---

<sup>1</sup> La distinction entre P et D est en fonction du statut du nœud (propriété versus définition) et non de leur fonction inférentielle. En fait, les définitions sont toujours des équivalences logiques, tandis que les propriétés sont des implications pour lesquelles la réciproque logique n'est pas nécessairement vraie.

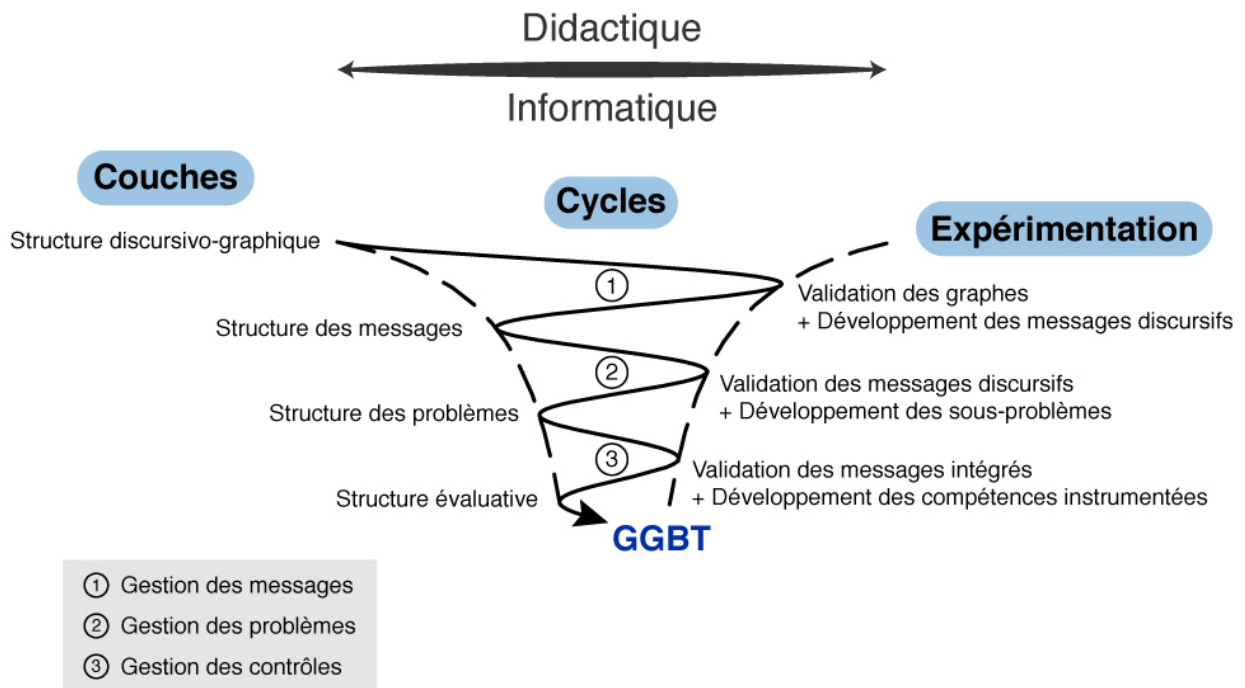


Diagramme 2. Trois cycles du développement expérimental de GGBT.

Cette approche par convergence est cohérente avec l'idée de conception dans l'usage développée par Rabardel et ses collègues. À ce propos, Rabardel (1995) posait déjà :

L'approche en termes de genèse instrumentale (...) permet de fonder théoriquement l'articulation et la continuité entre les processus institutionnels de conception des artefacts et la poursuite de la conception au sein des activités d'usage (p. 5).

Ceci veut dire que, non seulement l'aboutissement est constitutif de la conception du système tutoriel, il est à l'origine même de son existence, ce qui demande une réflexion didactique poussée à toutes les étapes des cycles de développement. Ainsi, notre système a été conçu pour produire une classe d'effets (soutien à l'apprentissage par des messages, des problèmes et des contrôles) et sa mise en œuvre, dans les conditions qui ont été prévues à chaque cycle, permet la mise à jour de ces effets à la suite d'un usage constaté lors de phases expérimentales.

Le cycle de validation dont il est question dans le présent article est illustré par le premier aller-retour du diagramme 1. Ce dernier part de notre système initial dans lequel seuls les graphes inférentiels d'un ensemble de problèmes sont implémentés. La phase de validation vise à vérifier l'à-propos de ces graphes et d'étudier les types de messages d'aide que donne un tuteur humain durant la résolution de ces problèmes.

### 3.2 Expérimentation, choix des groupes

Pour mener l'investigation, nous avons ciblé 4 groupes du deuxième cycle du secondaire (15-16 ans) d'une école internationale et leurs deux enseignants. Il importe de mentionner qu'au départ, nous souhaitions mettre à l'essai la version actuelle du logiciel avec des élèves de troisième secondaire d'écoles régulières, clientèle à laquelle est originalement destiné geogebraTUTOR. Cependant, prenant appui sur la constatation qu'il serait difficile de naviguer au sein du logiciel, à son stade actuel de développement, et ce, pour la plupart de ces élèves, nous avons ciblé des classes de niveaux supérieurs. En effet, le système tutoriel étant encore assez primitif, la navigation nécessite un haut niveau d'autonomie, de débrouillardise et une bonne connaissance des termes de géométrie euclidienne communs. Néanmoins, le changement de groupe d'âge qui a suivi n'a nullement compromis la validité de l'investigation pour cette phase puisque, inévitablement, des élèves plus académiquement avantagés pourraient produire des chemins de solutions plus variés et évoluer suffisamment au sein des différents problèmes pour poser un échantillon de questions plus substantiel à leurs enseignants. Les données ainsi amassées s'avèreraient être un atout pour la validation des graphes inférentiels et pour dresser un portrait des personnalités et messages du futur tuteur. Cette supposition s'est avérée exacte, même que la quantité et la richesse des données recueillies ont largement dépassé les attentes.

### 3.3 Démarche de recherche avec les élèves et choix des enseignants

La démarche d'investigation s'est déroulée en quatre périodes de 75 minutes. Dans chaque groupe, une première séance était destinée à la présentation du projet et les élèves étaient appelés à résoudre, en tandem (ces tandem devaient être maintenues tout au long de l'investigation), trois problèmes de démonstration en géométrie dans un environnement strictement papier/crayon. Cet exercice avait pour fin de rendre compte des compétences en démonstration et des stratégies employées par les élèves. Ces données serviraient plus tard à analyser, comprendre et comparer les stratégies et solutions observées à l'interface de geogebraTUTOR. Par la suite, une courte période de 30 minutes fut dédiée à la présentation du logiciel, du tuteur (illustration 1) et de son fonctionnement.

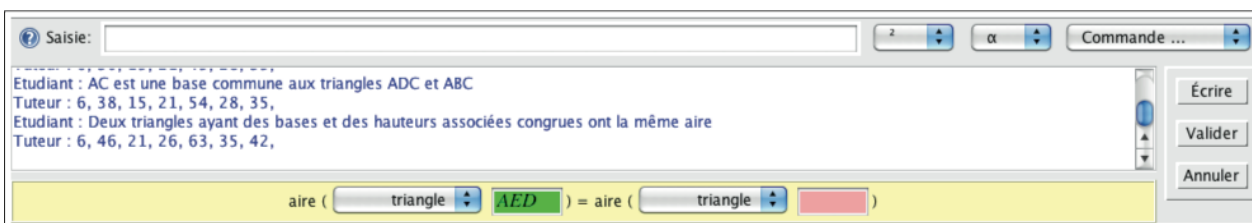


Illustration 1. Apparence du module de dialogue de l'interface de l'élève Durant le cycle 1.

Lors de l'expérimentation, l'enseignant ordinaire et l'élève lui-même pouvaient connaître la progression de ce dernier selon le degré de complétude d'un chemin dans le graphe (voir Illustration 1, la suite d'entiers après «tuteur» représente le pourcentage de complétude selon le chemin de solution).

Ensuite s'ensuivit l'équivalent de deux séances pour explorer et résoudre, en équipe de deux, l'ensemble des 5 problèmes pour lesquels les graphes inférentiels étaient fonctionnels. Pour terminer, la chercheuse a animé une plénière pour recueillir les opinions et commentaires des élèves quant à l'interface du logiciel, à sa pertinence et à son potentiel.

Conformément à l'approche ethnographique d'Eisenhart (1988), les données relatives aux solutions des élèves, à leurs stratégies et à leurs interactions avec leurs enseignants et la chercheuse ont été recueillies notamment par l'entremise d'observation participante, du journal de la chercheuse et d'enregistrements sous forme de journal vidéo et audio obtenu avec l'aide d'un logiciel de capture d'écran vidéo (Screenflow). Comme seulement quatre des ordinateurs étaient dotés du logiciel Screenflow, un nombre égal d'équipes jugées intéressantes étaient ciblées par l'enseignant et la chercheuse et invitées à travailler avec ces appareils. Les autres équipes voyaient leurs actions enregistrées sous forme de fichiers textes générés automatiquement par geogebraTUTOR. De plus, les enseignants et la chercheuse portaient des dictaphones pour enregistrer toute question, réponse ou intervention afin de recenser tous les échanges qui pourraient contribuer à la création des messages du tuteur ou tout autre information pertinente à l'évolution du logiciel.

### **3.4 Analyse**

L'analyse qualitative des données s'est déroulée en deux temps. Premièrement, au moyen de grilles d'observation, nous avons procédé à l'étude des fichiers vidéos issus des 16 équipes qui avaient travaillé avec les ordinateurs dotés du logiciel de capture d'écran vidéo. Cette étude impliquait une analyse des stratégies déployées et des démarches de résolution des problèmes, des interactions entre les élèves et le tuteur et des échanges entre les coéquipiers et l'enseignant. Ceci visait notamment à valider et à compléter les graphes inférentiels. De plus, les fichiers ont permis l'identification d'erreurs techniques du logiciel et des difficultés de navigation rencontrées par les élèves. Les fichiers textes des autres équipes ont aussi été analysés pour dégager ou confirmer des régularités observées dans les actions des élèves. Deuxièmement, les enregistrements audio des enseignants et de la chercheuse furent écoutés et ont fait l'objet d'une analyse pour dégager des profils d'intervention qui, plus tard, serviraient à dresser les personnalités possibles du tuteur intelligent.

## **4 Résultats**

### **4.2 Regard sur les graphes inférentiels et sur le modèle itératif de l'apprenant**

En ce qui a trait aux graphes inférentiels et à la validation des chemins de solution identifiés au préalable, ils se sont avérés assez complets. En d'autres mots, très peu de chemins radicalement différents d'un point de vue stratégique ont émergé de la résolution des cinq problèmes avec de réels élèves. Cependant, à quelques reprises, les élèves ont mis de l'avant des formulations équivalentes qui n'étaient pas incluses dans les graphes inférentiels originaux.

D'un point de vue de la logique déductive, les élèves ont manifesté un malaise à naviguer au sein des solutions potentielles sans avoir de structure purement ascendante ou descendante. Étant accoutumés à une structure exigée pour la démonstration en géométrie déductive, ils

étaient déstabilisés devant le peu de rigidité imposée par le logiciel. Au moment de la résolution de problèmes sur papier/crayon lors de la première séance, nombreux étaient les élèves qui se fiaient aux définitions et à la conclusion pour identifier l'ordre grossier dans lequel seraient placés leurs pas d'inférence et, de là, construisaient leur démonstration en sachant que les hypothèses devaient être énoncées avant l'emploi d'une justification. Cependant, au moment de résoudre des problèmes à l'interface de *geogebraTUTOR*, très peu d'élèves pensaient à se référer aux définitions et propriétés en lien avec les éléments du problème pour donner une direction à leur démonstration. Cette observation nous a incités à repenser le menu de consultation des définitions et propriétés pour encourager les élèves à les percevoir comme des outils. De plus, contrairement aux démarches sur papier, plusieurs ne pensaient pas à énoncer explicitement la conclusion ou les hypothèses, et ce, même s'ils avaient observé l'effet que cette omission pouvait avoir sur les pourcentages de complétude de chemin de solution. En lien avec cette embuche, plusieurs élèves ont exprimé la pertinence qu'aurait une fenêtre indépendante dans laquelle ils pourraient structurer leur démonstration et ainsi suivre leur progrès. Cette suggestion a mené à la restructuration de l'interface de l'élève pour y intégrer une telle fenêtre. Qui plus est, lors de la plénière, une forte majorité des élèves ont statué avoir compris l'importance de la structure en démonstration comme outil de validation. Cet apprentissage n'était pas concrètement visé par l'utilisation du logiciel mais constitue certainement une conséquence fort intéressante.

Ensuite, une autre observation intéressante concerne les pourcentages de complétude de chemin de solution en fonction du niveau des élèves. En effet, les élèves de quatrième secondaire, qui connaissent moins de propriétés et de définitions et qui ont généralement moins d'expérience en démonstration, avaient davantage tendance à suivre une stratégie de résolution sans chercher à faire augmenter les pourcentages associés aux autres solutions possibles. En revanche, les élèves de cinquième secondaire, lorsqu'ils stagnaient dans un pourcentage, au lieu de chercher ce qui manquait à ce chemin de solution, tentaient plutôt de trouver une nouvelle stratégie de résolution parmi celles qu'ils connaissent. Ainsi, il en résulte des pourcentages maximums plus élevés dans les groupes de quatrième secondaire. Cette constatation témoigne du fait que les pourcentages, quoiqu'ils représentent une bonne solution temporaire, faute de meilleure option pour offrir une rétroaction aux élèves quant à leurs actions, ne constituent pas une forme de tuteur qui aide les élèves à cheminer au sein d'une solution comme le ferait un enseignant. Ceci confirme la pertinence d'un tuteur qui identifie le chemin dans lequel évolue l'élève et l'aide à compléter ce dernier par des messages discursifs adaptés à ces difficultés.

Finalement, nonobstant ce que l'on affirmait en tout début d'article concernant les impacts de la géométrie dynamique sur l'apprentissage de la géométrie<sup>2</sup>, ce fut intéressant de constater que les élèves utilisaient naturellement les fonctions de géométrie dynamique du logiciel, dont notamment le mouvement de la figure pour déceler des invariants qui leur permettaient de valider leurs intuitions ou d'en fonder de nouvelles. Cette observation constitue un bon tremplin pour amorcer l'une des prochaines phases de développement, celle

---

<sup>2</sup> «lorsqu'on intègre un logiciel de géométrie dynamique, les relations traditionnelles entre l'enseignant, l'élève et les mathématiques s'en trouvent modifiées au point de changer radicalement l'exercice de conceptualisation (au sens du modèle de connaissances pour le calcul de situations didactiques de Balacheff & Margolinas (2005)), et le développement de compétences mathématiques. »



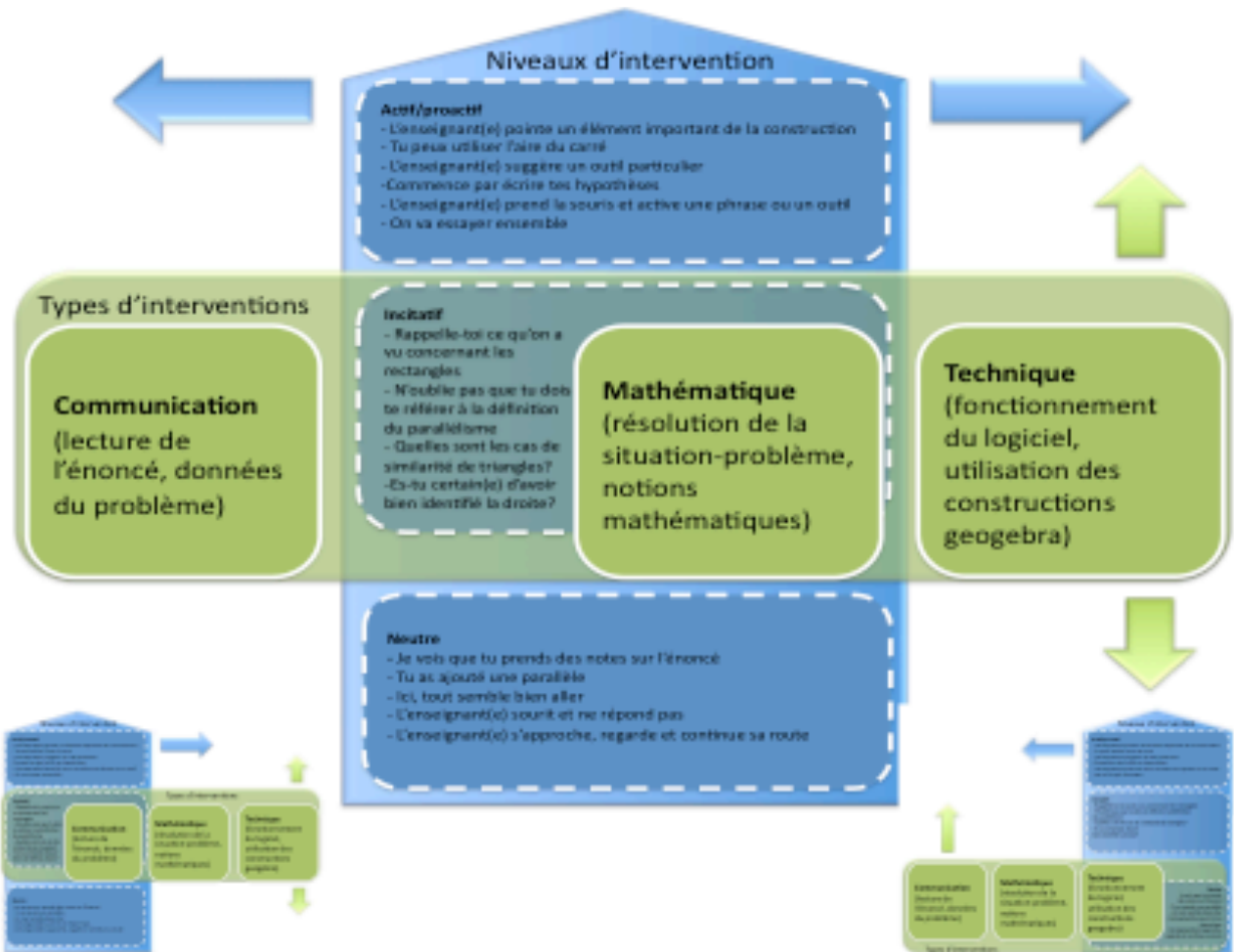
concernant la prise en compte par le logiciel des actions graphiques de l'élève comme éléments valides de solution.

### **4.3 Niveaux et types d'intervention du tuteur**

En premier lieu, le système tutoriel visé pour geogebraTUTOR en est un aux multiples personnalités, qui s'adapterait selon les contextes, les besoins et les milieux (au sens de la Théorie des situations didactiques de Brousseau, 1998) visés. Avant l'expérimentation, quatre niveaux d'intervention avaient été envisagés: neutre, incitatif, actif et proactif. Suite à l'analyse des interventions effectives, on peut, sans perte de précision, fusionner les deux derniers niveaux. En effet, suite à ce qui a été observé en classe réelle, les interventions de l'enseignant en réaction aux questions et actions des élèves s'échelonnent sur trois niveaux graduels d'intervention. Il est important de mentionner que nous n'avons pas demandé aux enseignants de privilégier un niveau ou une gradation pour leurs interventions mais, malgré tout, ces derniers ont manifesté une disposition naturelle à tenter, en réponse aux interrogations des élèves, des réponses neutres en premier et hésitaient à fournir des réponses qui seraient classées actives/proactives. Toutefois, l'enseignante de quatrième secondaire atteignait plus souvent le stade d'intervention active/proactive que l'enseignant de cinquième secondaire, qui a très rarement fourni ce type de réponse. Conséquemment, le tuteur qui sera implémenté dans geogebraTUTOR sera programmé de manière à permettre à un enseignant de choisir un niveau d'intervention dominant étant à l'image de son enseignement habituel, mais le logiciel aura une propension à offrir de l'aide et des rétroactions aux actions de l'élève en suivant une progression allant de neutre vers actif/proactif.

En second lieu, en parallèle des niveaux d'intervention, un classement concernant la nature des interventions a émergé des données expérimentales. Ces quatre types d'intervention ne sont pas étrangers aux compétences disciplinaires et composantes associées évoquées dans le programme de formation de l'école québécoise en mathématique, soit la communication, la résolution de problème (raisonnement mathématique) ainsi que l'utilisation de ressources, dans ce cas-ci l'outil technologique geogebraTUTOR.

Ainsi, toute intervention du tuteur sera caractérisée par un croisement entre un niveau et un type d'intervention tel que montré dans le diagramme 3, qui dépeint les différents niveaux et types d'intervention, accompagnées d'exemples d'interventions pour illustrer les nuances entre chaque catégorie.



**Diagramme 3.** Exemples de croisements de types et de niveaux d'intervention du tuteur

## 5 Conclusion

Même si la conception de geogebraTUTOR en est encore à ses début, l'expérimentation qui est ici présentée nous permet de confirmer, mais aussi d'ajuster les hypothèses à l'origine du projet, conformément à l'approche par convergence ciblée pour le développement du système tutoriel intelligent. En effet, nous avons pu valider et compléter les graphes inférentiels pour les cinq problèmes initiaux et aussi entamer l'étude d'autres problèmes pour les phases d'investigation subséquentes. Aussi, nous avons pu apprécier la manière dont les élèves utilisaient les différents menus et aires de travail du logiciel pour procéder à des ajustements qui faciliteront l'utilisation des outils et la consultation des justifications et de l'historique de leurs actions. En ce qui a trait à la définition du tuteur, nous avons pu dégager trois niveaux de personnalité pour le tuteur et trois types d'intervention, en créant un tuteur modulable selon les besoins et permettant un large éventail de messages discursifs qui pourront aider l'élève dans ses démarche de résolution de problèmes de démonstration en géométrie.

Maintenant, la programmation des messages du tuteur entamée, notre prochain cycle de développement aura pour objectif la validation de ces messages et de leur gestion par l'agent

tuteur. Cette étape adressera aussi la question de l'exploration des sous-problèmes connexes, qui constitueront le deuxième type de messages d'accompagnement gérés par le système tutoriel, les messages cognitifs. Cette phase permettra aussi l'essai du logiciel auprès d'élèves du groupe cible initial, soit des élèves de 14 et 15 ans (troisième secondaire).

## Remerciements

Nous remercions les élèves de quatrième et cinquième secondaire de l'École d'éducation internationale de Laval et leurs enseignants, Huguette et Stéphane, pour le dévouement et perspicacité dont ils ont fait preuve tout au long de cet exercice.

## Références

Aleven, V., Popescu, O., & Koedinger, K. R. (2002). Towards tutorial dialog to support self-explanation : Adding natural language understanding to a cognitive tutor. In J. D. Moore, C. Redfield, & W. L. Johnson (Eds.), *Artificial Intelligence in Education : AI-ED in the Wired and Wireless Future* (pp. 246-255). Amsterdam: IOS Press.

Alsina, C., & Nelsen, R. (2006). *Math Made Visual. Creating Images for Understanding Mathematics*. Washington: the Mathematical Association of America.

Anderson, J. R., Boyle, C. F., & Yost, G. (1986). The Geometry Tutor. *The Journal of Mathematical Behavior*, 5-20.

Artigue, M. (1990). Ingénierie didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 9(3), 281-308.

Balacheff, N., & Margolinas, C. (2005). Ck $\phi$ , modèle de connaissances pour le calcul de situations didactiques. In A. Mercier, & C.

Margolinas (Eds.), *Balises pour la didactique des mathématiques* (pp. 75-106). Grenoble: La Pensée Sauvage.

Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble: La Pensée Sauvage.

Bryant, J., & Sangwin, C. (2008). *How round is your circle? Where engineering and mathematics meet*. Princeton University Press.

Cobo, P., & Fortuny, J. (2000). Social interactions and cognitive effects in contexts of area-comparison problem solving. *Educational Studies in Mathematics*, 42(2), 115-140.

Cobo, P., Fortuny, J., Puertas, E., & Richard, P. (2007). Agentgeom: A multiagent system for pedagogical support in geometric proof problems. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 12(1), 57-79.

Coutat, S., Laborde, C., & Richard, P.R. (2010). L'apprentissage instrumenté des propriétés en géométrie : un élément de continuité dans le développement d'une compétence de démonstration au collège. En préparation.

Drijvers, P., Kieran, C., & Mariotti, M.A. (2008). Integrating technology into mathematics education: theoretical perspectives. In C. Hoyles, & J.B. Lagrange (Eds.), *Digital technologies and mathematics teaching and learning: Rethinking the terrain*. New York/Berlin: Springer.

Duval, R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine : Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Berne: Peter Lang.

Duval, R. (2005). Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie : développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leurs fonctionnements. *Annales de didactique et sciences cognitives*, 10, 5-53.

Glaser, B.G., & Strauss, A. L. (1967). *The discovery of grounded theory: Strategies for qualitative research*. Hawthorne: Aldine de Gruyter.

Guin, D. (1996). A Cognitive Analysis of Geometry Proof Focused on Intelligent Tutoring Systems. In J.M. Laborde (Ed.), *Intelligent Learning Environments : the Case of Geometry*, 82-93. Berlin : Springer.

Hollebrands, K.F., Conner, A.M., & Smith, R.C. (2010). The Nature of Arguments Provided by College Geometry Students With Access to Technology While Solving Problems. *Journal for Research in Mathematics Education*, 41(4), 324-350.

Iranzo, N., Fortuny, J.M., Richard, P.R., & Tessier-Baillargeon, M. (2009). Influence of dynamic geometry and problem solving strategies toward an interactive tutorial system. In T. Bastiaens et al. (Eds.), *Proceedings of World Conference on E-Learning in Corporate, Government, Healthcare, and Higher Education 2009* (pp. 649-658). Chesapeake: AACE.

Kuzniak, A. (2006). Paradigmes et espaces de travail géométriques. Éléments d'un cadre théorique pour l'enseignement et la formation des enseignants en géométrie. *Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies*, 6(2), 167-187.

Laboratoire Leibniz (2003). Baghera assessment project : Designing an hybrid and emergent educational society. In S. Soury-Lavergne (Ed.), *Rapport pour la commission européenne, Programme IST, Les Cahiers du Laboratoire Leibniz no 81*. Grenoble.

Lakatos, I. (1984), *Preuves et réfutations. Essai sur la logique de la découverte mathématique*. Paris : Hermann.

Luengo, V. (2005). Some didactical and epistemological considerations in the design of educational software: The cabri-euclide example. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 10(1), 1-29.

Margolinas, C. (2009). Points de vue de l'élève et du professeur : Essai de développement de la théorie des situations didactiques. Habilitation à diriger les recherches en sciences de l'éducation, Université de Provence. Version électronique récupérée le 26 juillet 2010 à <[http://tel.archivesouvertes.fr/docs/00/42/96/95/PDF/HDR\\_Margolinas.pdf](http://tel.archivesouvertes.fr/docs/00/42/96/95/PDF/HDR_Margolinas.pdf)>.

Matsuda, N., & VanLehn, K. (2003). Modeling hinting strategies for geometry theorem proving. In P. Brusilovsky, A. Corbett, & F. de Rosis (Eds.), *User modeling 2003* (pp. 373-377). Johnstown : Springer.

Matsuda, N., & VanLehn, K. (2005). Advanced geometry tutor: An intelligent tutor that teaches proof-writing with construction. In C.-K. Looi, G. McCalla, B. Bredeweg, & J. Breuker (Eds.), *The 12th International Conference on Artificial Intelligence in Education* (pp. 443-450). Amsterdam : IOS Press.

MÉLS (2006 & 2007). Programme de formation de l'école québécoise, enseignement secondaire 1er cycle (2006) et enseignement secondaire 2e cycle (2007). Publications du Gouvernement du Québec.

Polya, G. (2007). Comment poser et résoudre un problème. Reproduction en fac-similé de la deuxième édition augmentée de Paris, Dunod, 1965. Paris : J. Gabay.

Py, D. (1996). Aide à la démonstration en géométrie : le projet Mentoniez. *Sciences et Techniques Educatives* 3(2), 227-256.

Rabardel, P. (1995). *Les hommes et les technologies: Approche cognitive des instruments contemporains*. Paris: Armand Colin.

Rabardel, P. (2001). Instrument mediated activity in situations. In A. Blandford, J. Vanderdinck, & P. Gray (Eds.), *People and computers, interactions without frontiers*, 17-30. Berlin: Springer.

Richard, P.R. (2004a). *Raisonnement et stratégies de preuve dans l'enseignement des mathématiques*. Berne: Peter Lang.

Richard, P.R. (2004b). L'inférence figurale: Un pas de raisonnement discursivo-graphique. *Educational Studies in Mathematics*, 57(2), 229-263.

Richard, P. R., Fortuny, J. M., Hohenwarter, M., & Gagnon, M. (2007). geogebra tutor : Une nouvelle approche pour la recherche sur l'apprentissage compétentiel et instrumenté de la géométrie à l'école secondaire. In T. Bastiaens, & S. Carliner (Eds.), *World Conference on E-Learning in Corporate, Government, Healthcare, and Higher Education 2007* (pp. 428-435). Chesapeake: AACE.

Richard, P., & Fortuny, J. (2007). Amélioration des compétences argumentatives à l'aide d'un système tutoriel en classe de mathématique au secondaire. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 12, 83-116.

Vanlehn, K., Lynch, C., Schulze, K., Shapiro, J. A., Shelby, R., Taylor, L., et al. (2005). The andes physics tutoring system: Lessons learned. *Int. J. Artif. Intell. Ed.*, 15(3), 147-204.